

Směsi a hmotnostní zlomek

Hmotnostní zlomek látky ve směsi (v roztoku) vyjadřuje podíl hmotnosti látky ve směsi (v roztoku). V souladu s pravidly pro počítání se zlomky (lze říci i procenty), platí

$$w_{\text{příslušná látka}} = \frac{m_{\text{příslušná látka}}}{m_{\text{celý roztok}}} \quad (\text{i}),$$

kde w je hmotnostní zlomek látky v roztoku, čitatel je hmotnost látky v roztoku (např. rozpuštěné soli) a jmenovatel je hmotnost celého roztoku.

Pro jistotu dodávám, že jasný důsledek tohoto vztahu je

$$m_{\text{příslušná látka}} = w_{\text{příslušná látka}} \cdot m_{\text{celý roztok}} \quad (\text{ii})$$

Tyto rovnice jsou prachobyčejným důsledkem toho, jak se počítají **zlomky a procenta**:

A) Jestliže z **20 hrušek** jsou **4 hrušky** okousané vosami, jaký **zlomek** a jaké **procento** hrušek je okousaných? Řešení je přesně to, co zapisuje **rovnice (i)**:

zlomek okousaných hrušek = **počet okousaných hrušek děleno počet všech hrušek**, což je **4/20=0,2**, vyjádřeno procenty **20%**.

B) Potvůrky vosy ze **40 hrušek** okousaly **5%**. **Kolik** hrušek okousaly? Řešení je přesně to, co zapisuje **rovnice (ii)**:

počet okousaných hrušek = **zlomek okousaných hrušek krát počet všech hrušek**, což je **0,05.40=2** hrušky

Pro řešení úloh na směsi fungují zcela univerzální **směšovací rovnice** – což je pro dvousložkové směsi soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých. Nemám prostor ani čas, abych vysvětlil postup řešení těchto soustav rovnic; tímto odkazuji na výukové video pro samostudium (adresa na webu školy). Tato **soustava** má následující podobu:

$$m_1 + m_2 = m \quad (1)$$

$$w_1 \cdot m_1 + w_2 \cdot m_2 = w \cdot m \quad (2)$$

Rovnice (1) popisuje **celkovou hmotnostní bilanci** míchaných roztoků (nebo látek). Říká, že pokud do nějaké směsi nebo látky o hmotnosti m_1 přidám jinou směs nebo látku o hmotnosti m_2 , vznikne směs o celkové hmotnosti m . Například budu – li pracovat s roztokem NaOH o **hmotnosti 120 g** (v rovnici značeno m_1) a přiliju jiný roztok NaOH (nebo přidám jenom hydroxid nebo přiliju vodu) o **hmotnosti 80 g** (v rovnici značeno m_2), bude celková **hmotnost** směsi **200 g** (v rovnici značeno m).

Rovnice (2) popisuje **hmotnostní bilanci konkrétní látky**. Součin $w_1 \cdot m_1$ udává množství čisté látky v jednom roztoku (nebo hmotnost jen čisté látky) – viz rovnice (ii); součin $w_2 \cdot m_2$ udává množství čisté látky v druhém roztoku (nebo hmotnost jen čisté látky) – viz rovnice (ii). Součin $w \cdot m$ udává množství dané čisté látky v **celém novém vzniklém** roztoku.

Představme si, že máme **2 košíky s hruškami**, přičemž **některé** plody jsou vosami **nakousané** (doufám, že v létě nebudu dostávat 18 – 50 žihadel denně, ať mi vosy prominou, kdyby to náhodou četly).

Rovnice (1) říká, že když **zvážím hrušky z jednoho košíku** a přičtu **hmotnost hrušek z druhého košíku**, **získám celkovou hmotnost všech hrušek**, které máme.

Rovnice (2) říká, že když **zvážím okousané hrušky z jednoho košíku** a přičtu **hmotnost okousaných hrušek z druhého košíku**, **získám celkovou hmotnost všech okousaných hrušek**.

Příklad 0 (k objasnění):

Smísíme 50 g 10% roztoku „nějaké soli“ s 80 g 5% roztoku téže soli. Určete hmotnostní zlomek (procento) vzniklého roztoku.

Řešení:

Rovnice (1) popisuje celkovou hmotnostní bilanci. Hmotnost „prvního“ roztoku je 50 g, proto je $m_1=50$ g. Hmotnost druhého roztoku je 80 g, proto je $m_2=80$ g. Rovnice (1) má tvar

$m_1 + m_2 = m$, po dosazení $50g + 80g = 130g$, kde, jak vidíme, je $m=130g$ (hmotnost celého vzniklého roztoku).

Rovnice (2) popisuje hmotnostní bilanci konkrétní látky (zde „nějaké soli“). Množství soli v „prvním“ roztoku je dle rovnice (ii) $w_1 \cdot m_1$ a po dosazení $50g \cdot 0,1$ (raději dodávám: pokud je roztok 10%, je jeho hmotnostní zlomek 0,1). Množství soli ve „druhém“ roztoku je dle rovnice (ii) $w_2 \cdot m_2$ a po dosazení $80g \cdot 0,05$ (raději dodávám: pokud je roztok 5%, je jeho hmotnostní zlomek 0,05). Rovnice (2) má tvar

$w_1 \cdot m_1 + w_2 \cdot m_2 = w \cdot m$, po dosazení $50g \cdot 0,1 + 80g \cdot 0,05 = w \cdot 130g$. Píšu rovnou 130g místo značky m pro celkovou hmotnost vzniklého roztoku, tuto hodnotu již totiž **známe z rovnice (1)**. Tuto rovnici vyřešíme, neznámou je hmotnostní zlomek vzniklého roztoku w : $5g + 4g = w \cdot 130g$; $9g = w \cdot 130g$; $w = 9g / 130g = 0,06923 \approx 6,923\%$.

Vzniklý roztok má hmotnostní zlomek „nějaké soli“ 0,06923.

V následujícím oddílu ukážu řešení úloh, které jsou **analogiemi k domácímu cvičení**:

Příklad 1:

Ve 180ml vody (předpokládejte hustotu $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) rozpustíme 5 g hydroxidu sodného NaOH. Určete jeho hmotnostní zlomek a hmotnostní procento.

Řešení:

Při předpokládané hustotě má 180ml vody hmotnost 180g.

Dosadíme do rovnice (1): $w = \frac{m_{\text{příslušná látka}}}{m_{\text{celý roztok}}} = \frac{5g}{185g} = 0,02702 \approx 2,702\%$

Hmotnostní zlomek NaOH v roztoku je 0,02702; hmotnostní procento je 2,702%.

Příklad 2:

V kádince je 140 g roztoku chloridu sodného NaCl, hmotnostní zlomek $w=0,05$ (5%). Kolik destilované vody je třeba přidat, aby vznikl roztok s hmotnostním zlomkem 0,02 (2%)? Pozn. – tato úloha je velmi snadno řešitelná bez soustavy rovnic.

a) Řešení bez soustavy rovnic úvahou:

Při řešení vycházíme z rovnic (i) a (ii).

Snadno nejdříve spočítáme, kolik „náš“ roztok obsahuje soli:

$m_{\text{NaCl}} = w_{\text{NaCl}} \cdot m_{\text{celý roztok}} = 0,05 \cdot 140g = 7g$. „Náš“ roztok tedy obsahuje 7g soli NaCl (tím pádem 133g vody, to snad je jasný☺).

Nyní budeme roztok **ředit** tím, že do něj budeme **přilévat vodu**. Je mi jasné, že přiléváním vody se **nebude měnit hmotnost soli**, ta bude **stále 7g**. Pochopitelně se ale **bude měnit hmotnost celého roztoku** (ta pochopitelně poroste) a tuto **novou celkovou hmotnost neznáme**. Vody musíme dodat tolik, aby hmotnostní zlomek klesl na 0,02 (2%).

Nyní dosadíme do rovnice (i) parametry pro požadovanou směs, kterou připravujeme. **Hmotnostní zlomek má být 0,02, hmotnost soli je 7g, celkovou hmotnost vzniklého roztoku zatím neznáme:**

$0,02 = \frac{7g}{m_{\text{celý roztok}}}$, potom platí $m_{\text{celý roztok}} = \frac{7g}{0,02} = 350g$. Vody musím přidat tedy tolik, aby celková hmotnost vzniklého roztoku byla 350g.

Protože na „začátku“ měl roztok hmotnost 140g, **musíme přidat 210g vody.**

b) Řešení soustavou rovnic:

Dovolím si místo veličin, které neznáme, používat značení **x** a **y**; dále pro zjednodušení nebudu psát jednotky, pouze čísla bez jednotek; dosadíme:

$$140 + x = y$$

$$0,05 \cdot 140 + 0 \cdot x = 0,02 \cdot y$$

Celková hmotnostní bilance (1. rovnice): **140** je hmotnost roztoku, který budeme ředit vodou, **x** je hmotnost přidané vody, **y** je celková hmotnost vzniklého roztoku.

Hmotnostní bilance soli (2. rovnice): **0,05.140** je hmotnost soli v prvním roztoku, **0.x** je hmotnost soli v přidávané vodě (ta žádnou sůl samozřejmě neobsahuje, její hmotnostní zlomek ve vodě je 0), **0,02.y** je hmotnost soli v roztoku, který vznikne ředěním.

Řešení 2. rovnice je velmi snadné: $7 + 0 \cdot x = 0,02 \cdot y$, tedy $7 = 0,02 \cdot y$, čili $y = \frac{7}{0,02} = 350$. Protože **y** představuje celkovou hmotnost vzniklého roztoku a $140 + x = 350$, nutně **x** musí být 210.

Musíme tedy přidat 210g vody.

Příklad 3:

V kádince je 140 g roztoku chloridu sodného NaCl, hmotnostní zlomek $w=0,05$ (5%). Kolik chloridu sodného NaCl je třeba přidat, aby vznikl roztok s hmotnostním zlomkem 0,08 (8%)? Pozn. – tato úloha je velmi snadno řešitelná bez soustavy rovnic.

a) Řešení bez soustavy rovnic úvahou:

Při řešení vycházíme z rovnic (i) a (ii).

Snadno nejdříve spočítáme, kolik „náš“ roztok obsahuje soli:

$m_{\text{NaCl}} = w_{\text{NaCl}} \cdot m_{\text{celý roztok}} = 0,05 \cdot 140g = 7g$. „Náš“ roztok tedy obsahuje 7g soli NaCl (tím pádem 133g vody, to snad je jasný☺).

Nyní budeme roztok **zahušťovat** tím, že do něj budeme **přidávat sůl**. Je mi jasné, že přidáváním soli se **bude hmotnost soli měnit (poroste)** a pochopitelně se **bude měnit hmotnost celého roztoku** (ta pochopitelně také **poroste**) a tuto **novou celkovou hmotnost neznáme**. Soli musíme dodat tolik, aby hmotnostní zlomek stoupl na 0,08 (8%).

Nyní dosadíme do rovnice (i) parametry pro požadovanou směs. **Hmotnostní zlomek má být 0,08**, v roztoku **již máme 7g soli** a budeme **přidávat další, celková hmotnost vzniklého roztoku vzroste o hmotnost přidané soli**. Dovolím si označit **hmotnost přidané soli** písmenem **x** a čísla psát bez jednotek:

$0,08 = \frac{7+x}{140+x}$, úpravou této rovnice získáme vztah $0,08 \cdot (140 + x) = 7 + x$, po roznásobení závorky $11,2 + 0,08 \cdot x = 7 + x$; $4,2 = 0,92 \cdot x$; $x = \frac{4,2}{0,92} = 4,565$.

Musíme přidat 4,565g soli.

b) Řešení soustavou rovnic:

Dovolím si místo veličin, které neznáme, používat značení **x** a **y**; dále pro zjednodušení nebudu psát jednotky, pouze čísla bez jednotek; dosadíme:

$$140 + x = y$$

$$0,05 \cdot 140 + 1 \cdot x = 0,08 \cdot y$$

Celková hmotnostní bilance (1. rovnice): **140** je hmotnost roztoku, který budeme zahušťovat solí, **x** je hmotnost přidané soli, **y** je celková hmotnost vzniklého roztoku.

Hmotnostní bilance soli (2. rovnice): **0,05.140** je hmotnost soli v prvním roztoku, **1.x** je hmotnost soli (mohu pochopitelně psát pouze x, píšu raději 1.x, aby bylo vidět, že přidávaná sůl je 100% čistá, neboli její hmotnostní zlomek je 1), **0,08.y** je hmotnost soli v roztoku, který vznikne po přidání soli. Soustava našich dvou rovnic má tvar

$$140 + x = y$$

$$7 + x = 0,08 \cdot y$$

Řešení soustav rovnic zde vysvětlovat nemohu, ale všimněme si, že pokud od 1. rovnice odečtu druhou (při řešení soustav rovnic je „povolené“ rovnice bez žádného ovlivnění výsledků sčítat i odčítat), neznámá x se odečte sama od sebe a zbyde jen neznámá y:

$140 + x - (7 + x) = y - 0,08 \cdot y$, neboli $133 = 0,92 \cdot y$ a pak je $y = \frac{133}{0,92} = 144,5652$. Protože y je celková hmotnost vzniklého roztoku a před přidáním soli vážil roztok 140g, **musíme přidat 4,565g soli**.

Příklad 4:

Je třeba připravit 5% roztok hydroxidu draselného KOH o hmotnosti 140 g. Máme k dispozici dostatečné množství roztoku 2% a 7%. Kolik kterého je potřeba na vytvoření požadované směsi?

Řešení:

Dovolím si místo veličin, které neznáme, používat značení **x** a **y**; dále pro zjednodušení nebudu psát jednotky, pouze čísla bez jednotek; dosadíme:

$$x + y = 140$$

$$0,02 \cdot x + 0,07 \cdot y = 0,05 \cdot 140$$

Celková hmotnostní bilance (1. rovnice): **x** je hmotnost 2% roztoku, **y** je hmotnost 7% roztoku, **140** je celková hmotnost vzniklého roztoku.

Hmotnostní bilance hydroxidu: **0,02.x** je hmotnost hydroxidu ve 2% roztoku, **0,07.y** je hmotnost hydroxidu v 7% roztoku, **0,05.140** je hmotnost hydroxidu ve vzniklém roztoku.

Druhou rovnici pro snadnější počítání vynásobím 100 (při řešení rovnic i soustav je „povolené“ rovnice bez žádného ovlivnění výsledků násobit číslem), pak vznikne upravená (ale stále ta samá!) soustava:

$$x + y = 140$$

$$2 \cdot x + 7 \cdot y = 700$$

První rovnici vynásobím 2:

$$2 \cdot x + 2 \cdot y = 280$$

$$2 \cdot x + 7 \cdot y = 700$$

Nyní si všimneme, že pokud rovnice odečteme (pořadí odečítání výsledek neovlivní), výraz $2.x$ se odečte sám od sebe a tím zmizí:

$$2.x + 7.y - (2.x + 2.y) = 700 - 280$$

neboli $5.y = 420$, $y = \frac{420}{5} = 84$. Na přípravu 5% roztoku budu tedy potřebovat 84g 7% roztoku a (dopočítám do požadovaných 140g) 56g 2% roztoku.

Lépe to touto formou bohužel vysvětlit nedokážu☹.

